

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Теория динамических систем
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Управление инновациями в бизнесе Физтех-школа бизнеса высоких технологий кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.В. Сахаров, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики 09.04.2020

## Аннотация

Курс посвящен изучению основ современных методов анализа, используемых в механике и теории динамических систем. Основная цель курса состоит в том, чтобы на примере классических механических и динамических систем опробовать методы, позволяющие определять наличие или отсутствие в системах тех или иных свойств и эффектов, таких как бифуркации и хаос. Как аналитические, так и численные методы будут реализованы с применением широко известных пакетов символьных вычислений и математического моделирования (Matlab, Wolfram Mathematica, Python). Курс рассчитан на слушателей, обладающих базовыми знаниями по геометрии, алгебре, основам дифференциального и интегрального исчисления.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Целью курса является формирование базовых знаний и профессиональных компетенций

- в основах теории динамических систем и умении применять эту теорию на практике при решении задач;
- в методике построения динамических моделей физических процессов и организации самостоятельного исследования физических явлений.
- в развитии навыков применения специальных математических методов при исследовании сложных динамических систем.

#### Задачи дисциплины

Задачами данного курса являются:

освоение знаний о динамических явлениях; величинах, характеризующих эти явления; законах, которым они подчиняются; методах научного познания природы и формирование на этой основе представлений о физической картине мира; знакомство с основами теории динамических систем механики как одной из фундаментальных физических и математических теорий;

применение знаний для объяснения явлений природы, принципов работы устройств, решения физических задач, обладающих динамическими свойствами;

формирование готовности студентов к самостоятельной профессиональной деятельности по разработке динамических моделей физических явлений и применению специальных математических методов к исследованию этих моделей.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- Основы теории динамических систем;
- условия применимости методов теории динамических систем в том или ином случае;
- основные методы исследования сложных динамических систем.

уметь:

- Строить динамические модели физических явления;
- применять методы теории динамических систем для решения конкретных задач
- пользоваться методами теории динамических систем для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- Навыками работы с литературой по динамическим системам и смежным дисциплинам;
- навыками математической формулировки динамических проблем;
- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Понятие о динамической системе и фазовом пространстве	2	2		5
2	Устойчивые, асимптотически устойчивые и неустойчивые положения равновесия, локальные бифуркации в одномерных системах	3	3		3
3	Локальные бифуркации в двумерных системах, консервативные и диссипативные системы	2	2		5
4	Фазовые портреты на плоскости, предельные циклы, теорема Пуанкаре—Бендиксона	3	3		3
5	Примеры биологических и механических систем, модель «хищник–жертва»	2	2		3
6	Самопроизвольное возникновение устойчивых периодических движений: предельные циклы	3	3		3
7	Логистическое отображение: переход от регулярной к хаотической динамике	2	2		5
8	Отображение тента и понятие о топологической сопряженности и полусопряженности отображений	3	3		4

9	Символическая динамика, пространство последовательностей и ее метрика, отображение сдвига	2	2		3
10	Символическая динамика как метод изучения хаотических систем	2	2		3
11	Простейшие фракталы: размерность Хаусдорфа, канторово идеальное множество	3	3		4
12	Подкова Смейла	3	3		4
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 4 (Весенний)

##### 1. Понятие о динамической системе и фазовом пространстве

Понятие о динамических системах. Математическая модель динамической системы. Фазовое пространство. Фазовая траектория. Консервативные и диссипативные системы. Линейные и нелинейные системы. Потоки и каскады. Примеры динамических систем разной физической природы.

##### 2. Устойчивые, асимптотически устойчивые и неустойчивые положения равновесия, локальные бифуркации в одномерных системах

Регулярная динамика. Бифуркации. Фазовые потоки на прямой. Геометрическое представление решений ОДУ. Линеаризация вблизи неподвижной точки. Бифуркации фазовых потоков на прямой. Фазовые потоки на плоскости. Стационарные точки, линеаризация и устойчивость. Предельные циклы. Бифуркации фазовых потоков на плоскости. Бифуркация Пуанкаре-Андропова-Хопфа. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.

##### 3. Локальные бифуркации в двумерных системах, консервативные и диссипативные системы

Характеристики динамического хаоса. Эргодичность и перемешивание. Отображение Пуанкаре. Показатель Ляпунова.

##### 4. Фазовые портреты на плоскости, предельные циклы, теорема Пуанкаре—Бендиксона

Понятие аттрактора и бассейна в динамических системах. Хаос в одномерных отображениях и диссипативных системах. Треугольное отображение. Логистическое отображение. Примеры хаотического поведения в непрерывных динамических системах. Аттракторы Лоренца и Рёсслера. Построение и интерпретация отображения Пуанкаре. Вычисление показателей Ляпунова.

##### 5. Примеры биологических и механических систем, модель «хищник—жертва»

Фракталы и хаотическая динамика. Понятие фрактального множества. Рекурсивное построение фракталов (ковёр Серпинского, кривая Дракона). Множества Мандельброта и Жюлиа. Связь фракталов с каскадом бифуркаций. Фрактальная размерность. Размерность и геометрическая структура аттракторов. Примеры хаотических и не хаотических аттракторов. Понятие странного аттрактора. Примеры систем, обладающих странными аттракторами.

6. Самопроизвольное возникновение устойчивых периодических движений: предельные циклы

Логистическое отображение и переход к хаосу. Неподвижные точки и их устойчивость. Каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу. Окна периода 3 в области хаотического режима. Самоподобие. Масштабная инвариантность. Универсальность Фейгенбаума. Непрерывные системы и переход к хаосу через бифуркации удвоения периода. Другие сценарии перехода к хаосу. Турбулентность.

7. Логистическое отображение: переход от регулярной к хаотической динамике

Модель неустойчивого движения. Подкова Смейла. Символическая динамика. Сдвиг Бернулли.

8. Отображение тента и понятие о топологической сопряженности и полусопряженности отображений

Гамильтоновы системы. Интегрируемость гамильтоновых систем. Теорема Лиувилля-Арнольда. Элементы теории возмущений интегрируемых гамильтоновых систем. Элементы теории КАМ. Нелинейный резонанс.

9. Символическая динамика, пространство последовательностей и ее метрика, отображение сдвига

Переход от осциллятора Ван-дер-Поля к системе реакции-диффузии. Автоволны. Уравнение эйконала. Спиральные волны.

10. Символическая динамика как метод изучения хаотических систем

Методы Монте Карло в математическом моделировании. Общее понятие о группе методов Монте Карло. Примеры вычисления числа  $\pi$ . Примеры вычисления интегралов. Вычисление многомерных интегралов. Случайные блуждания и уравнение теплопроводности. Алгоритм Метрополиса-Гастингса. Сэмплирование. Алгоритм имитации отжига. Модели Изинга и Поттса.

11. Простейшие фракталы: размерность Хаусдорфа, канторово идеальное множество

Классификация и примеры. Моделирование роста шероховатой поверхности. Моделирование процесса образования речного русла. Модель Поттса для формирования сердечной ткани.

12. Подкова Смейла

Модель кучи с песком (BTW-модель). Горение лесных массивов. Основы теории перколяции. Основная терминология. Постановки задач. Примеры применения. Перколяционные задачи и степенные законы распределения вероятностей.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Математические методы классической механики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. И. Арнольд. — 5-е изд., стереотип. — М. : Эдиториал УРСС, 2003. — 416 с.

Дополнительная литература

1. Теоретическая механика [Текст] : учеб. пособие для ун-ов / А. П. Маркеев .— М. : Наука, 1990 .— 415 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской академии наук

[https://mipt.ru/education/chair/theoretical\\_mechanics/](https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics/) - сайт кафедры теоретической механики МФТИ

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также программные пакеты Wolfram Mathematica и Matlab.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по учебной и научной литературе);
- решение задач,

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Управление инновациями в бизнесе  
Физтех-школа бизнеса высоких технологий  
кафедра теоретической механики  
**курс:** 2  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.В. Сахаров, канд. физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория динамических систем» обучающийся должен:

### знать:

- Основы теории динамических систем;
- условия применимости методов теории динамических систем в том или ином случае;
- основные методы исследования сложных динамических систем.

### уметь:

- Строить динамические модели физических явления;
- применять методы теории динамических систем для решения конкретных задач
- пользоваться методами теории динамических систем для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

### владеть:

- Навыками работы с литературой по динамическим системам и смежным дисциплинам;
- навыками математической формулировки динамических проблем;
- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Анализ динамической модели
2. Определение бифуркаций
3. Построение фазового портрета консервативной системы с одной степенью свободы
4. Обнаружение предельных циклов динамической системы на плоскости

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень вопросов к промежуточной аттестации:

1. Определение динамической системы с непрерывным и дискретным временами. Что такое фазовое пространство системы?
2. Локальные бифуркации в одномерных динамических системах.
3. Предельные циклы. Привести примеры.

#### 4. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.

Примеры билетов:

Бтлет 1.

1. Примеры биологических и механических систем. Модель «хищник–жертва».
2. Логистическое отображение. Сценарий перехода к хаосу через удвоение периода.

Билет 2.

1. Символическая динамика. Пространство последовательностей и ее метрика.
2. Простейшие фракталы.

Билет 3.

1. Общий вид решений системы линейных дифференциальных уравнений в форме Коши
2. Фазовые портреты на плоскости.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Подготовка к экзамену самостоятельная: перечислены задачи, решение которых каждый студент излагает полностью.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.